

Architecture des systèmes numériques et informatiques

TD 2 - Démonstrations et simplifications algébriques

Halim Djerroud

révision 1.0

Exercice 1 : Démonstrations algébriques

1. Montrer qu'il est possible d'exprimer l'opérateur **et** à partir des opérateurs **ou** et **non**.
2. Montrer qu'il est possible d'exprimer l'opérateur **ou** à partir des opérateurs **et** et **non**.
3. Montrer à l'aide de tables de vérité que :
 - $A \oplus B = \bar{A}B + A\bar{B}$
 - $A \oplus B = (A + B)(\bar{A} + \bar{B})$
4. Montrer que :
 - $A + (\bar{A}B) = A + B$
 - $A(\bar{A} + B) = AB$
5. Déterminer le complément de l'expression :
 - $A + \bar{B}C$
6. Écrire l'expression à l'aide des opérateurs **et**, **ou** et **non** :
 - $\overline{A \oplus B}$

Exercice 2 : Simplifications algébriques

Simplifier les expressions suivantes :

1. $\bar{A}B + AB$
2. $(A + B)(A + \bar{B})$
3. $A + AB$
4. $A(A + B)$
5. $\overline{\bar{A}\bar{B} + \bar{A} + B + C + D}$

Exercice 3 : Génération et simplification d'expressions logiques

1. Soit la table de vérité ci-après :

A	B	C	F(A, B, C)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

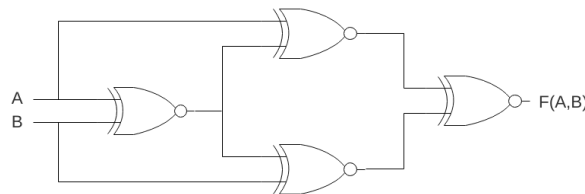
- Exprimer cette table de vérité sous la forme d'une expression algébrique SPD et PDS.
 - Simplifier expression.
 - Dessiner le circuit.
2. La table de vérité ci-après exprime la parité, c-à-d $F(A, B, C) = 1$ lorsque le nombre d'entrées de valeur 1 est impair.

A	B	C	$F(A, B, C)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

- Exprimer cette table de vérité sous la forme d'une expression algébrique SDP et PDS.
- Simplifier expression.
- Dessiner le circuit.

Exercice 4 : Simplification de circuits

1. Soit le circuit suivant :



- Exprimer le circuit suivant sous forme d'une expression algébrique.
- Simplifier expression.
- Dessiner le nouveau circuit.

Exercice 5 : Application

1. Pour assurer la sécurité d'une chambre forte d'une banque, on utilise 4 détecteurs de mouvements, 1 détecteur sur chaque porte. En cas d'infraction, ces détecteurs mettent à la masse (niveau logique 0) des interrupteurs d_0 , d_1 , d_2 et d_3 un interrupteur pour chaque détecteur.

On souhaite réaliser un circuit électronique qui allume une lampe jaune s'il n'y a qu'une seule effraction ou une lampe rouge s'il y en a plusieurs, sachant qu'une seule lampe peut être allumée à la fois et la lampe rouge est prioritaire.

- Donner la table de vérité de ce système.
- Donner les expressions SDP ou PDS de ces fonctions.
- Simplifier les fonctions
- Réaliser le circuit de la lampe jaune et la lampe rouge.
- Réaliser et tester le circuit à l'aide du logiciel **Logisim**